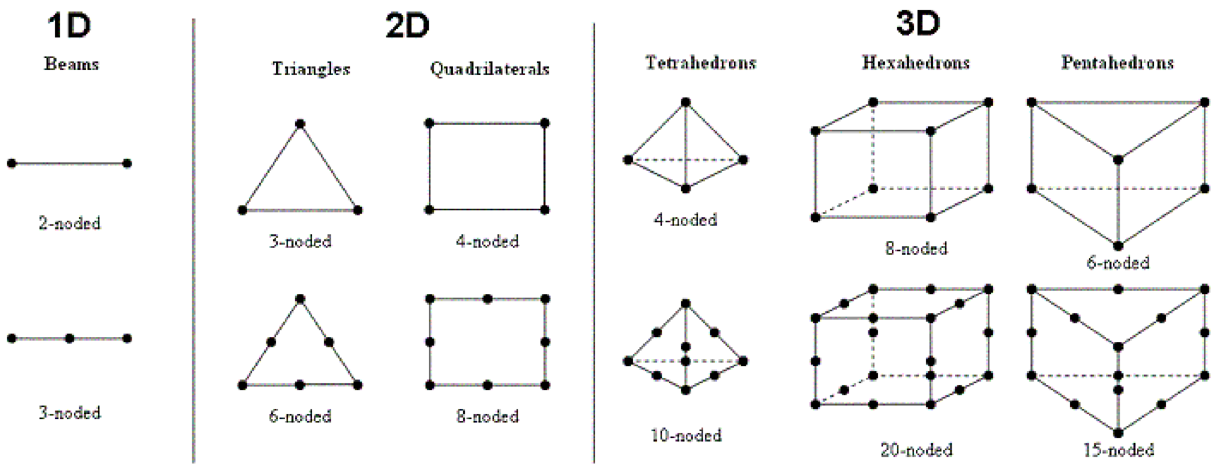
Lathund, geometri, åk 9

I årskurs 7 och 8 räknade ni med sträckor och ytor i en dimension (1D) respektive två dimensioner (2D). Nu i årskurs 9 har ni istället börjat räkna volymer av geometriska kroppar dvs. i tre dimensioner (3D). Det är viktigt att veta vilken dimension man räknar i för att använda rätt enhet samt omvandla enheter.



- I en dimension (1D) räknar vi sträckor och använder t.ex enheterna m, dm, cm och mm. (1m=10dm=100cm=1000mm.)
- I två dimensioner (2D) räknar vi ytor och använder t.ex enheterna m^2, dm^2, cm^2, mm^2 ($1m^2=100dm^2=10\,000cm^2=1000\,000mm^2$)
- I tre dimensioner (3D) räknar vi volym och använder t.ex enheterna m^3, dm^3, cm^3, mm^3 ($1m^3=1000dm^3=1000\,000cm^3=1000\,000\,000mm^3$)

OBS! Tänk på att vi även kan ange volym i liter, dl, cl och ml. (1 liter = 1 dm^3 och 1ml = 1 cm^3)

Fler sortförvandlingar:

En dm^3 = 1 liter förkortas med litet "l": l

En deciliter, 1 dl = 1/10 l. deci betyder tiondel

En centiliter, 1 cl = 1/100 l. centi betyder hundradel

En milliliter, 1 ml = 1/1000 liter. milli betyder tusendel

En ml = 1 cm^3

Sortförvandlingar:

1 m^3 = 10*10*10 dm^3 =1000 dm^3

1 dm^3 = 10*10*10 cm^3=1000 cm^3

1 cm^3 = 10*10*10 mm^3=1000 mm^3

jämför:

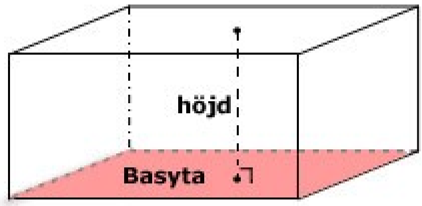
1 m = 10 dm

1 m^2 = 100 dm^2

1 m^3 = 1000 dm^3

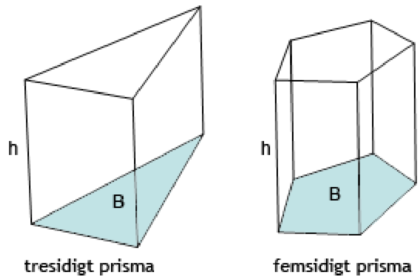
Rymdgeometriska kroppar och formler för hur man beräknar volymen på dessa.

Kuben och rätblocket



Volymen (V) = Basytans area (B) · höjden (h)

Prisma

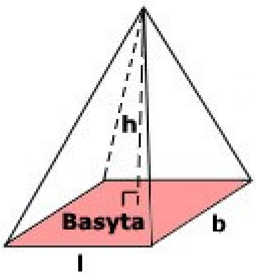


Volym = Basyta · höjd

Tänk på att basytan kan vara en triangel som i det tresidiga prismat. Då måste man räkna ut basytan så här.

$$\text{Arean av en triangel} = \frac{\text{basen} \cdot \text{höjden}}{2}$$

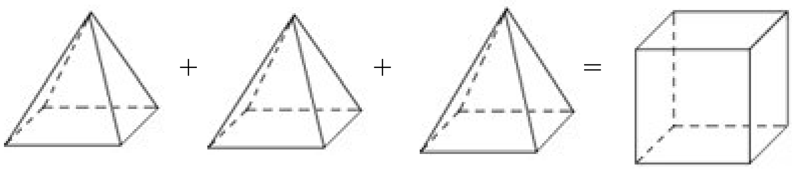
Pyramiden



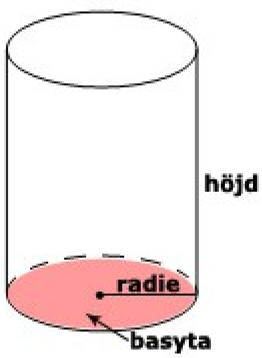
$$\text{Volym} = \frac{\text{Basyta} \cdot \text{höjd}}{3}$$

Tänk på att basytan kan se olika ut på en pyramid.
Det kan ha en form som en triangel eller femhörning osv.

Anledningen till att man ska dividera med tre beror på att pyramiden rymmer en tredjedel av prismat med samma basyta.



Cylindern



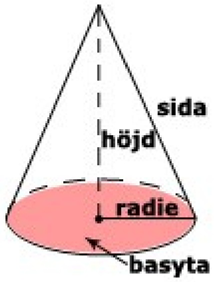
Volym = Basyta · höjd

Eftersom basytan består av en cirkel måste vi komma ihåg hur vi räknade ut arean för en cirkel.

$$\text{Basyta} = \pi \cdot r^2$$

Konen

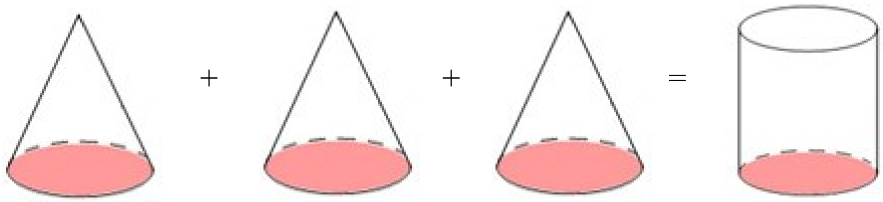
$$\text{Volym} = \frac{\text{Basyta} \cdot \text{höjd}}{3}$$



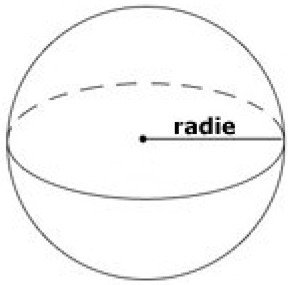
Eftersom basytan hos en kon består av en cirkel måste återigen beräkna basytan på cirkeln på detta sätt.

$$\text{Basyta} = \pi \cdot r^2$$

Anledningen till att vi även delar konens volym med 3 beror på att konen utgör en tredjedel av cylindern med samma basyta.



Klotet

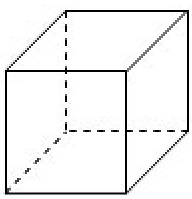


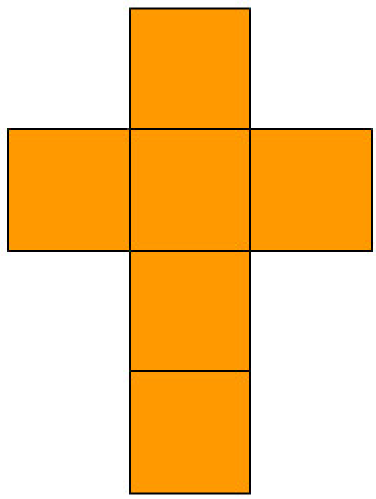
$$\text{Volym} = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$$

Begränsningsarea

Begränsningsarea är den total ytan som omger den geometriska kroppen. I en kub t.ex är det summan av alla sidors yta (area). Här nedan kan du se hur du beräknar begränsningsarean.

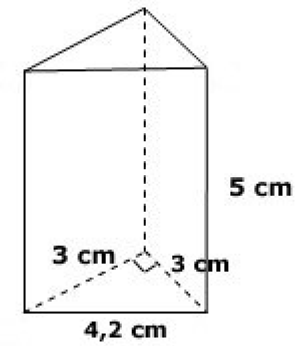
Kuben och rätblocket

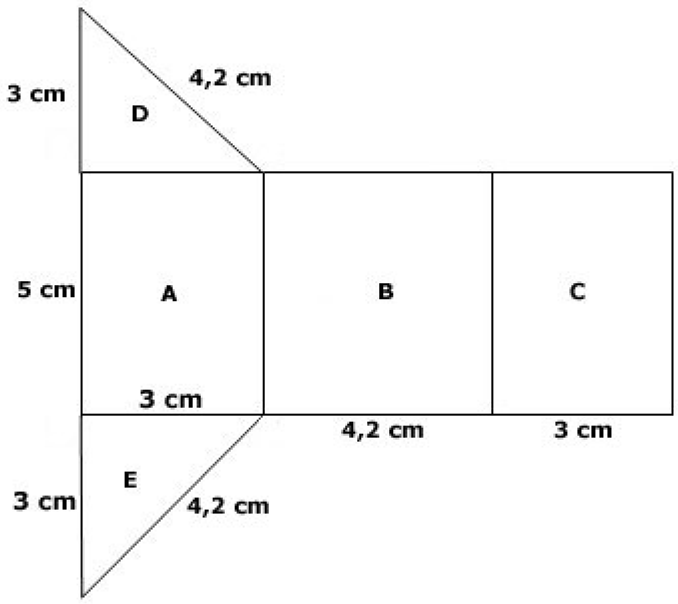




Summera ihop ytorna av alla sidor i kuben eller rätblocket.

Prismat



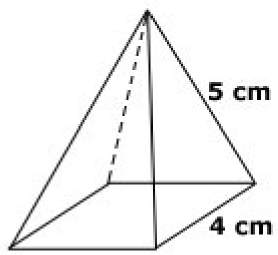


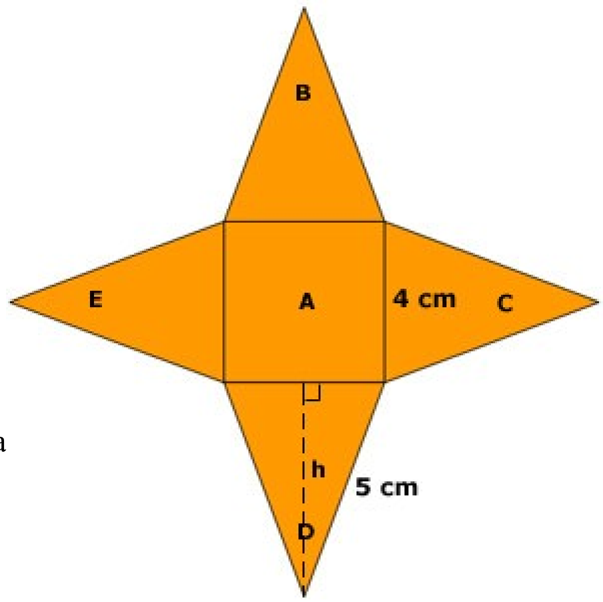
Till höger ser ni hur prismat ser ut om man skulle platta ihop det så att man ser alla sidor.

Begränsningsarea för prismat:

A + B + C + D + E = 4,5 cm^2 + 4,5 cm^2 + 15 cm^2 + 21 cm^2 + 15 cm^2 = 60 cm^2

Pyramiden





Som du ser består den av en kvadrat och fyra likbenta trianglar. För att kunna beräkna trianglarnas area måste vi först ta reda på höjden (h) i en av trianglarna, och det gör vi med hjälp av Pythagoras sats.

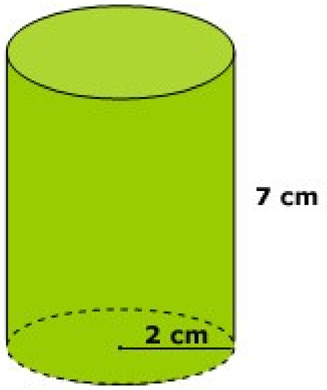
(hypotenusan)² - (kateten)² = h²

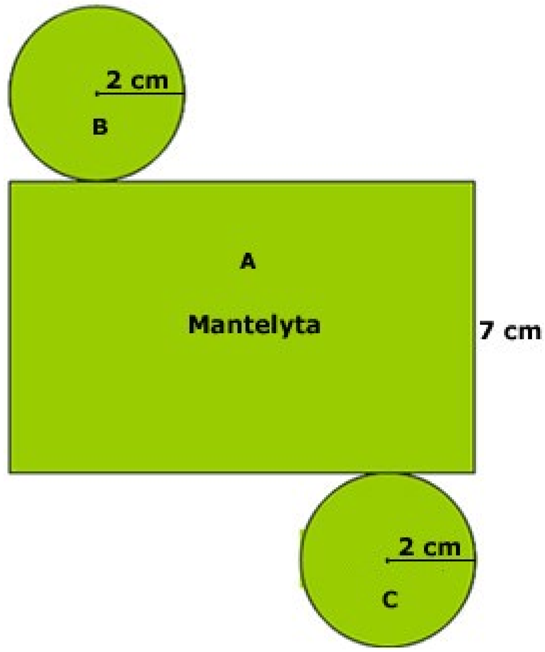
$h^2 = 5^2 - (4 \div 2)^2$
$h^2 = 25 - 4$
$h^2 = 21$
$h \approx 4{,}6$ cm^2

Begränsningsarea för pyramiden:

A + B + C + D + E = 16 cm^2 + 9,2 cm^2 + 9,2 cm^2 + 9,2 cm^2 + 9,2 cm^2 = 52,8 cm^2

Cylindern





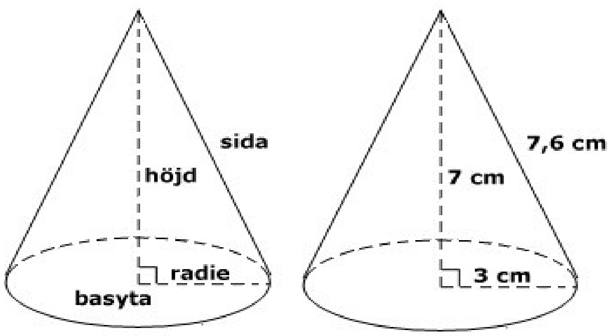
För att se hela begränsningsytan bättre, viker vi upp cylindern och rullar ut mantelytan (bilden till höger).

B och C är två cirklar som vardera har arean:
$\pi \cdot r^2 = \pi \cdot 2 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} \approx 12{,}56 \text{ cm}^2$

Mantelytan är en rektangel (A) med arean: höjden · basen = 7 cm · (4 cm · π) ≈ 87,92 cm^2. 4 cm · π är omkretsen på cirklarna och lika med rektangelns baslängd.

Cylinderns begränsningsarea är:
$A + B + C = 87{,}92 \text{ cm}^2 + 12{,}56 \text{ cm}^2 + 12{,}56 \text{ cm}^2 = 113{,}04 \text{ cm}^2$

Konen

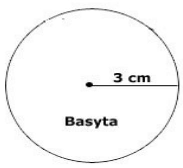


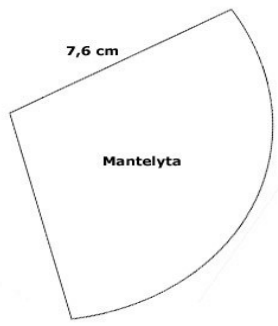
En kon består av en basyta och en mantelyta.

Konens basyta är en cirkel med radien 3 cm. Sidan är 7,6 cm och höjden är 7 cm.

När man vecklar ut konen så ser man att basytan är en cirkel och mantelytan motsvarar en cirkelsektor.

(Se bilderna nedan.)





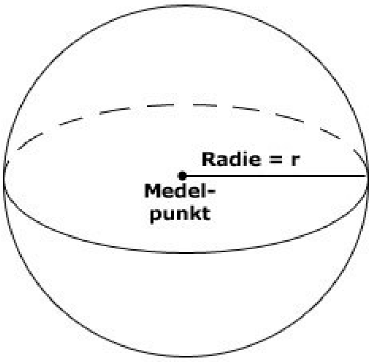
Basytans area:
$A = r \cdot r \cdot \pi =$
$3 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} \cdot \pi \approx 28{,}3 \text{ cm}^2$

Mantelytans area:
$A = \pi \cdot r \cdot s =$
$\pi \cdot 3 \text{ cm} \cdot 7{,}6 \text{ cm} \approx 71{,}6 \text{ cm}^2$

Begränsningsarean:
Basytans area + Mantelarea = $28{,}3 \text{ cm}^2 + 71{,}6 \text{ cm}^2 = 99{,}9 \text{ cm}^2 \approx 100 \text{ cm}^2$

Klotet

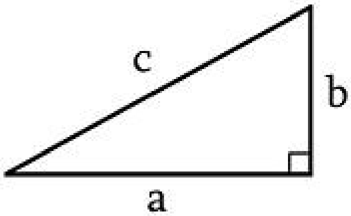
Hur du kommer fram till den här formeln kommer du att få lära dig mer om på högre nivåer i matematiken. Arean på klotet beräknas såhär.



$$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

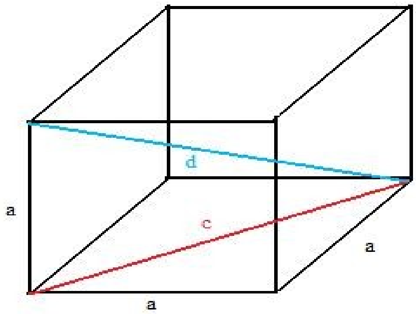
Pythagoras sats (repetition)

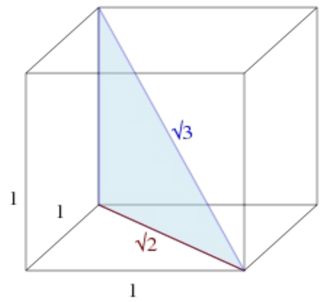
$$a^2 + b^2 = c^2$$



Rymddiagonal

Är den sträcka som är markerad **d** i figuren till vänster respektive **√3** till höger.





För att räkna ut rymddiagonalen måste man använda Pythagoras sats två gånger. Räkna först ut diagonalen i bottenytan. Så du vet vad diagonalen är och då har du basen och höjden, då använder du måtten för att räkna med pythagoras sats igen och får då ut vad rymddiagonalen är.

Exempel på figuren till höger:

Diagonalen i bottenytan beräknas genom Pythagoras på följande sätt.
Diagonalen$^2 = 1^2 + 1^2$
Diagonalen$^2 = 2$
Diagonalen $= \sqrt{2}$

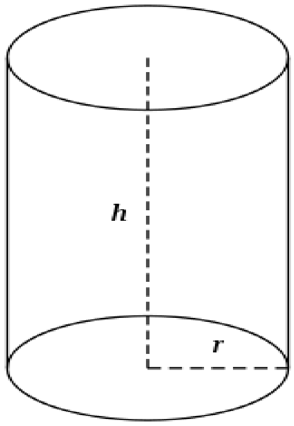
För att beräkna rymdiagonalen använder vi diagonalen i bottenytan som bas och höjden i kuben.

Rymdiagonalen$^2 = (\sqrt{2})^2 + 1^2$
Rymdiagonalen$^2 = (\sqrt{2})^2 + 1^2$
Rymdiagonalen$^2 = 3$
Rymdiagonalen $= \sqrt{3}$

Hur man löser geometriska problem med hjälp av ekvationer

1. Räkna ut radien på en bägare med volymen 750 ml och höjden 10 cm.

   Hur löser vi då detta?
   Först kan det vara bra att göra om 750 ml till cm^3 , (1 ml = 1 cm^3).
   Alltså rymmer bägaren 750 cm^3.

   Bägaren har formen av en cylinder. Volymen på cylindern beräknas genom att vi multipliceras basytan med höjden.

   Vad vet vi redan?

   Jo, att höjden på bägaren 10 cm och volymen är 750 cm^3.

   $V = b \cdot h$ (b = basytan som är $\pi \cdot r^2$)

   då byter vi ut b mot $\pi \cdot r^2$ och får följande formel för volymen.

   $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$

   Nu fyller vi i allt vi redan vet och ser att det är radien vi behöver ta reda på (vi vet ju också att $\pi \approx 3{,}14$).

   $750 = 3{,}14 \cdot r^2 \cdot 10$

   Vi skulle ju ta reda på radien så vi använder balansmetoden för att få radien ensam.

   $$\frac{750}{3{,}14 \cdot 10} = r^2$$

   $23{,}89 \approx r^2$

   $\sqrt{23{,}89} \approx r$

   $4{,}9 \approx r$

   Alltså är radien på bägaren cirka 4,9 cm.

Jag vill att ni använder liknande tillvägagångssätt vid problemlösning. Skriv alltid ner all fakta ni får ut av uppgiften och fundera på vad det är ni ska ta reda på. Sedan använder ni formlerna för beräkning som stöd för att se om ni har tillräckligt med fakta för att lösa uppgiften.

Lycka till!

/Anders